Universität Hamburg
DER FORSCHUNG | DER LEHRE | DER BILDUNG

UNIVERSITÄTSKOLLEG

UNIVERSITÄTSKOLLEG: #STUDIUM+

Tutorium Mikroökonomik I:

Aufgabenblatt 4

Dr. Kristin Paetz
Meike Kock

KOSTENLOSE ZUSATZANGEBOTE UND LEHRMATERIALIEN FÜR ALLE STUDIERENDEN

Das Universitätskolleg wird aus Mitteln des BMBF unter dem Förderkennzeichen 01PL17033 gefördert.
Die Verantwortung für den Inhalt dieser Veröffentlichung liegt bei den Herausgebern und Autorinnen und Autoren.

GEFÖRDERT VOM
Bundesministerium für Bildung und Forschung

Tutorium Mikroökonomik I: Aufgabenblatt 4

Ziel: Integralrechnung
Mathematische Grundlagen: Kapitel 9 im Buch[1]

Aufgabe 1 (vgl. Kapitel 9.1 und 9.2) - Bestimmen Sie die folgenden Integrale

a) $\int x^{13}\,dx$

b) $\int (3x^4 + 3)dx$

c) $\int_1^2 x^3\,dx$

d) $\int_1^8 \sqrt[3]{x}\,dx$

Aufgabe 2 (vgl. Kapitel 9.4) - Berechnen Sie die Konsumentenrente für die folgenden Funktionen der inversen Nachfrage bei gegebenem Preis p

a) $P(q) = 7 - \sqrt{q}$ für $p = 3$

b) $P(q) = max\{(81 - q^2), 0\}$ für $p = 17$

Aufgabe 3 (vgl. Kapitel 9.4) - Gegeben ist die inverse Nachfragefunktion $P_D(q) = 50 - q$ und die inverse Angebotsfunktion $P_S(q) = 10 + q$

a) Berechnen Sie das Gleichgewicht

b) Berechnen Sie die Konsumentenrente im Gleichgewicht

c) Berechnen Sie die Produzentenrente im Gleichgewicht

d) Berechnen Sie die Wohlfahrt im Gleichgewicht

e) Nehmen Sie an die Produzenten müssen eine Mengensteuer in Höhe von $t = 2$ bezahlen. Berechnen Sie das neue Gleichgewicht, die neue Konsumenten- und Produzentenrente sowie die Veränderung der Wohlfahrt.

Aufgabe 4 Gegeben ist die inverse Nachfragefunktion $P_D(q) = 100 - 2q$ und die inverse Angebotsfunktion $P_S(q) = 5 + q$

a) Bestimmen Sie das Markgleichgewicht

b) Nehmen Sie an, der Staat legt eine Preisobergrenze von p=30 fest. Skizzieren Sie die Änderung der Konsumenten- und Produzentenrente und der gesamten Wohlfahrt

c) Bestimmen Sie den Wohlfahrtsverlust, der durch die Einführung einer Preisobergrenze in Höhe von p=30 entsteht.

[1] Sydsæter, Hammond und Strøm, Mathematik für Wirtschaftswissenschaftler, Pearson, 2015

Zusatzaufgaben

Zu Aufgabe 1 Bestimmen Sie die folgenden Integrale

a) $\int x^4\,dx$

b) $\int (5x^3 - 2x^2 - 0,2x)dx$

c) $\int \frac{1}{2}x^3\,dx$

d) $\int 0,2x\,dx$

e) $\int 0,4\frac{4}{x^5}\,dx$

f) $\int (\frac{1}{8}x^8 + \frac{1}{7}x^4 + 0,2\frac{1}{x^2})dx$

g) $\int_0^1 x\,dx$

h) $\int_1^2 7 \cdot \sqrt[3]{x^2}\,dx$

Zu Aufgabe 2 Berechnen Sie die Konsumentenrente für die folgenden Funktionen der inversen Nachfrage bei gegebenem Preis p

a) $P(q) = 10 - q$ für $p = 2$

b) $P(q) = 100 - 2q$ für $p = 40$

c) $P(q) = 4 - \frac{1}{10}q$ für $p = 3$

d) $P(q) = max\{(5 - q), 0\}$ für $p = 2$

e) $P(q) = max\{(5 - \sqrt[3]{q}), 0\}$ für $p = 2$

f) $P(q) = max\{(2 - \frac{1}{2}q), 0\}$ für $p = \frac{1}{2}$

g) $P(q) = max\{(8 - \sqrt{q}), 0\}$ für $p = 4$

Zu Aufgabe 3

1) Führen Sie die Schritte der Aufgabe 4 durch für:

   i) $P_D(q) = 30 - q$
      $P_S(q) = 6 + 5q$

   ii) $P_D(q) = 10 - q$
      $P_S(q) = \frac{1}{5}q$

   iii) $P_D(q) = 64 - q^2$
      $P_S(q) = 15$

   iv) $P_D(q) = 56 - 2q^2$
      $P_S(q) = 8 + q^2$

2) Gegeben ist die inverse Nachfragefunktion $P_D(q) = 50 - q$ und die inverse Angebotsfunktion $P_S(q) = 10 + q$

   i) Nehmen Sie an, die Konsumenten müssen nun eine Mengensteuer in Höhe von $t = 2$ bezahlen. Berechnen Sie das neue Marktgleichgewicht

   ii) Berechnen Sie die neue Konsumentenrente und den Wohlfahrtsverlust durch die Einführung der Steuer t (vgl. mit Wohlfahrt der Aufgabe 3.d) und 3.e))

3) Gegeben ist die inverse Nachfragefunktion $P_D(q) = 64 - q^2$ und die inverse Angebotsfunktion $P_S(q) = 15$

   i) Nehmen Sie an, die Produzenten müssen nun eine Mengensteuer in Höhe von $t = 3$ bezahlen. Berechnen Sie das neue Marktgleichgewicht

   ii) Berechnen Sie die neue Produzentenrente und den Wohlfahrtsverlust durch die Einführung der Steuer t (vgl. mit Wohlfahrt der Zusatzaufgabe 4.1)iii))

Lösungen

Aufgabe 1

a) $\frac{1}{14}x^{14} + C$

b) $\frac{3}{5}x^5 + 3x + C$

c) $\int_1^2 x^3 dx = [\frac{1}{4}x^4]_1^2 = (\frac{1}{4}2^4) - (\frac{1}{4}1^4) = 3,75$

d) $\int_1^8 x^{\frac{1}{3}} dx = [\frac{3}{4}x^{\frac{4}{3}}]_1^8 = (\frac{3}{4}8^{\frac{4}{3}}) - (\frac{3}{4}1^{\frac{4}{3}}) = 11,25$

Aufgabe 2

a)
- Bei $p = 3$ gilt: $3 = 7 - q^{\frac{1}{2}} \Leftrightarrow q^{\frac{1}{2}} = 4 \Leftrightarrow q = 16$
- Konsumentenrente (KR): $KR = \int_0^{16}(P(q) - p)\,dq$
  $KR = \int_0^{16}(7 - q^{\frac{1}{2}} - 3)\,dq = [7q - \frac{2}{3}q^{\frac{3}{2}} - 3q]_0^{16}$
  $KR = (7 \cdot 16 - \frac{2}{3}16^{\frac{3}{2}} - 3 \cdot 16) - (7 \cdot 0 - \frac{2}{3}0^{\frac{3}{2}} - 3 \cdot 0) = 21,\bar{3}$

b)
- Bei $p = 17$ gilt: $17 = 81 - q^2 \Leftrightarrow q^2 = 64 \Leftrightarrow q = 8$
- Prüfen ob $P(8) > 0$ erfüllt ist: $P(8) = 81 - 8^2 = 17 > 0$
- Konsumentenrente (KR): $KR = \int_0^8(P(q) - p)\,dq$
  $KR = \int_0^8(81 - q^2 - 17)\,dq = [81q - \frac{1}{3}q^3 - 17q]_0^8$
  $KR = (81 \cdot 8 - \frac{1}{3}8^3 - 17 \cdot 8) - (81 \cdot 0 - \frac{1}{3}0^3 - 17 \cdot 0) = 341,\bar{3}$

Aufgabe 3

a) Im Gleichgewicht gilt $P_D(q) = P_S(q)$: $50 - q = 10 + q \Leftrightarrow q^* = 20$
q^* in $P_D(q)$ oder $P_S(q)$ einsetzten um p^* zu berechnen: $P_S(20) = 10 + 20 = 30 = p^*$

b) Konsumentenrente (KR): $KR = \int_0^{20}(P_D(q) - p)\,dq$
$KR = \int_0^{20}(50 - q - 30)\,dq = [50q - \frac{1}{2}q^2 - 30q]_0^{20}$
$KR = (50 \cdot 20 - \frac{1}{2}20^2 - 30 \cdot 20) - (50 \cdot 0 - \frac{1}{2}0^2 - 30 \cdot 0) = 200$

c) Produzentenrente (PR): $PR = P_S(q^*) \cdot q^* - \int_0^{20}(P_S(q))\,dq$
$PR = 30 \cdot 20 - \int_0^{20}(10 + q)\,dq = 600 - [10q + \frac{1}{2}q^2]_0^{20}$
$PR = 600 - [(10 \cdot 20 + \frac{1}{2}20^2) - (10 \cdot 0 + \frac{1}{2}0^2)] = 200$

d) Wohlfahrt (W): $W = KR + PR$
$W = 200 + 200 = 400$

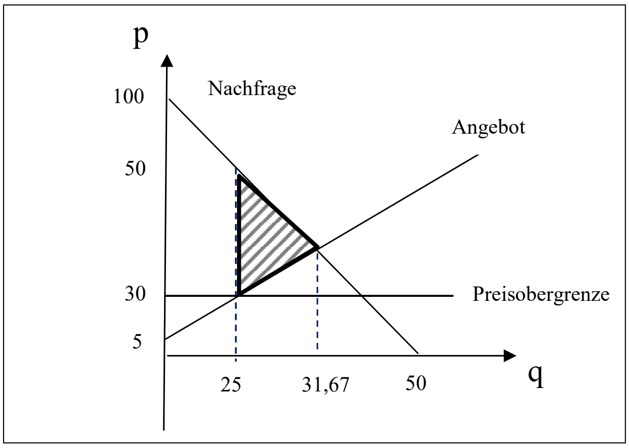
e) Ermitteln der neuen inversen Angebotsfunktion: $P_S^{'}(q) = P_S(q) + t$
$P_S^{'}(q) = 10 + q + 2 = 12 + q$
Im Gleichgewicht gilt $P_S^{'}(q) = P_D(q)$: $12 + q = 50 - q \Leftrightarrow 2q = 38 \Leftrightarrow q^{'*} = 19$
$q^{'*}$ in $P_S^{'}(q)$ oder $P_D(q)$ einsetzten um $p^{'*}$ zu berechnen:
$P_D(19) = 50 - 19 = 31 = p^{'*}$
Konsumentenrente (KR'): $KR^{'} = \int_0^{19}(P_D(q) - p)\,dq$
$KR^{'} = \int_0^{19}(50 - q - 31)\,dq = [50q - \frac{1}{2}q^2 - 31q]_0^{19}$
$KR^{'} = (50 \cdot 19 - \frac{1}{2}19^2 - 31 \cdot 19) - (50 \cdot 0 - \frac{1}{2}0^2 - 31 \cdot 0) = 180,5$
Produzentenrente (PR'): $PR^{'} = P_S^{'}(q^{'*}) \cdot q^{'*} - \int_0^{19}(P_S^{'}(q))\,dq$
$PR^{'} = 31 \cdot 19 - \int_0^{19}(12 + q)\,dq = 589 - [12q + \frac{1}{2}q^2]_0^{19}$

$PR^{'} = 589 - [(12 \cdot 19 + \frac{1}{2}19^2) - (12 \cdot 0 + \frac{1}{2}0^2)] = 180,5$
Wohlfahrt (W') = $W^{'} = KR^{'} + PR^{'} + Steuer$
$W^{'} = 180,5 + 180,5 + 19 * 2 = 399$
$\Delta W = W^{'} - W = 399 - 400 = -1$

Aufgabe 4

a) Im Gleichgewicht gilt: $P_D(q) = P_S(q)$: $100 - 2q = 5 + q \Leftrightarrow 3q = 95$
$\Leftrightarrow q^* = \frac{95}{3} = 31,\bar{6}$
q^* in $P_D(q)$ oder $P_S(q)$ einsetzten um p^* zu berechnen:
$P_S(\frac{95}{3}) = 5 + \frac{95}{3} = \frac{110}{3} = 36,\bar{6} = p^*$

b) Skizze zum Wohlfahrtsverlust bei der Einführung einer Preisobergrenze von $p = 30$



c) Bei $p = 30$ gilt $P_S = 30$: $30 = 5 + q \Leftrightarrow q = 25$
Bei $p = 30$ wird noch die Menge $q = 25$ angeboten.
Die Konsumten sind bereit für $q = 25$ $P_D(25) = 100 - 2 \cdot 25 = 50$ zu zahlen.
Es ergibt sich ΔW durch die Berechnung der Fläche des sich ergebenden Dreiecks:
$\Delta W = \frac{(50-30)\cdot(31{,}67-25)}{2} = 66,7$

Zusatzaufgaben

Zu Aufgabe 1

a) $\frac{1}{5}x^5 + C$

b) $\frac{5}{4}x^4 - \frac{2}{3}x^3 - \frac{1}{10}x^2 + C$

c) $\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2}x^4 + C = \frac{1}{8}x^4 + C$

d) $\frac{0{,}2}{2}x^2 + C = \frac{1}{10}x^2 + C$

e) $\frac{0{,}4 \cdot 4}{-4}x^{-4} + C = -\frac{2}{5}x^{-4} + C$

f) $\frac{1}{72}x^9 + \frac{1}{35}x^5 - \frac{1}{5}x^{-1} + C$

g) $\int_0^1 x dx = [\frac{1}{2}x^2]_0^1 = (\frac{1}{2}1^2) - (\frac{1}{2}0^2) = \frac{1}{2}$

h) $\int_1^2 7x^{\frac{2}{3}} dx = [7 \cdot \frac{3}{5}x^{\frac{5}{3}}]_1^2 = (7 \cdot \frac{3}{5} \cdot 2^{\frac{5}{3}}) - (7 \cdot \frac{3}{5} \cdot 1^{\frac{5}{3}}) = 9,1342$

Zu Aufgabe 2

a)
- Bei $p = 2$ gilt: $2 = 10 - q \Leftrightarrow q = 8$
- Konsumentenrente (KR): $KR = \int_0^8 (P(q) - p)\, dq$
  $KR = \int_0^8 (10 - q - 2)\, dq = [10q - \frac{1}{2}q^2 - 2q]_0^8$
  $KR = (10 \cdot 8 - \frac{1}{2}8^2 - 2 \cdot 8) - (10 \cdot 0 - \frac{1}{2}0^2 - 2 \cdot 0) = 32$

b)
- Bei $p = 40$ gilt: $40 = 100 - 2q \Leftrightarrow q = 30$
- Konsumentenrente (KR): $KR = \int_0^{30} (P(q) - p)\, dq$
  $KR = \int_0^{30} (100 - 2q - 40)\, dq = [100q - q^2 - 40q]_0^{30}$
  $KR = (100 \cdot 30 - 30^2 - 40 \cdot 30) - (100 \cdot 0 - 0^2 - 40 \cdot 0) = 900$

c)
- Bei $p = 3$ gilt: $3 = 4 - \frac{1}{10}q \Leftrightarrow q = 10$
- Konsumentenrente (KR): $KR = \int_0^{10} (P(q) - p)\, dq$
  $KR = \int_0^{10} (4 - \frac{1}{10}q - 3)\, dq = [4q - \frac{1}{20}q^2 - 3q]_0^{10}$
  $KR = (4 \cdot 10 - \frac{1}{20}10^2 - 3 \cdot 10) - (4 \cdot 0 - \frac{1}{20}0^2 - 3 \cdot 0) = 5$

d)
- Bei $p = 2$ gilt: $2 = 5 - q \Leftrightarrow q = 3$
- Prüfen ob $P(3) > 0$ erfüllt ist: $P(3) = 5 - 3 = 2 > 0$
- Konsumentenrente (KR): $KR = \int_0^3 (P(q) - p)\, dq$
  $KR = \int_0^3 (5 - q - 2)\, dq = [5q - \frac{1}{2}q^2 - 2q]_0^3$
  $KR = (5 \cdot 3 - \frac{1}{2}3^2 - 2 \cdot 3) - (5 \cdot 0 - \frac{1}{2}0^2 - 2 \cdot 0) = 4,5$

e)
- Bei $p = 2$ gilt: $2 = 5 - \sqrt[3]{q} \Leftrightarrow \sqrt[3]{q} = 3 \Leftrightarrow q = 27$
- Prüfen ob $P(27) > 0$ erfüllt ist: $P(27) = 5 - \sqrt[3]{27} = 2 > 0$
- Konsumentenrente (KR): $KR = \int_0^{27} (P(q) - p)\, dq$
  $KR = \int_0^{27} (5 - \sqrt[3]{q} - 2)\, dq = \int_0^{27} (5 - q^{\frac{1}{3}} - 2)\, dq = [5q - \frac{3}{4}q^{\frac{4}{3}} - 2q]_0^{27}$
  $KR = (5 \cdot 27 - \frac{3}{4}27^{\frac{4}{3}} - 2 \cdot 27) - (5 \cdot 0 - \frac{3}{4}0^{\frac{4}{3}} - 2 \cdot 0) = 20,25$

f)
- Bei $p = \frac{1}{2}$ gilt: $\frac{1}{2} = 2 - \frac{1}{2}q \Leftrightarrow \frac{1}{2}q = \frac{3}{2} \Leftrightarrow q = 3$
- Prüfen ob $P(3) > 0$ erfüllt ist: $P(3) = 2 - \frac{1}{2}3 = \frac{1}{2} > 0$

- Konsumentenrente (KR): $KR = \int_0^3 (P(q) - p)\, dq$
  $KR = \int_0^3 (2 - \frac{1}{2}q - \frac{1}{2})\, dq = [2q - \frac{1}{4}q^2 - \frac{1}{2}q]_0^3$
  $KR = (2 \cdot 3 - \frac{1}{4}3^2 - \frac{1}{2} \cdot 3) - (2 \cdot 0 - \frac{1}{4}0^2 - \frac{1}{2} \cdot 0) = 2,25$

g)
- Bei $p = 4$ gilt: $4 = 8 - \sqrt{q} \Leftrightarrow \sqrt{q} = 4 \Leftrightarrow q = 16$
- Prüfen ob $P(16) > 0$ erfüllt ist: $P(16) = 8 - \sqrt{16} = 4 > 0$
- Konsumentenrente (KR): $KR = \int_0^{16} (P(q) - p)\, dq$
  $KR = \int_0^{16} (8 - \sqrt{q} - 4)\, dq = \int_0^{16} (8 - q^{\frac{1}{2}} - 4)\, dq = [8q - \frac{2}{3}q^{\frac{3}{2}} - 4q]_0^{16}$
  $KR = (8 \cdot 16 - \frac{2}{3}16^{\frac{3}{2}} - 4 \cdot 16) - (8 \cdot 0 - \frac{2}{3}0^{\frac{3}{2}} - 4 \cdot 0) = 21,\bar{3}$

Zu Aufgabe 3

1) i) a) Im Gleichgewicht gilt $P_D(q) = P_S(q)$: $30 - q = 6 + 5q \Leftrightarrow 6q = 24 \Leftrightarrow q^* = 4$
q^* in $P_D(q)$ oder $P_S(q)$ einsetzten um p^* zu berechnen:
$P_S(4) = 6 + 5 \cdot 4 = 26 = p^*$

b) Konsumentenrente (KR): $KR = \int_0^4 (P_D(q) - p)\, dq$
$KR = \int_0^4 (30 - q - 26)\, dq = [30q - \frac{1}{2}q^2 - 26q]_0^4$
$KR = (30 \cdot 4 - \frac{1}{2}4^2 - 26 \cdot 4) - (30 \cdot 0 - \frac{1}{2}0^2 - 26 \cdot 0) = 8$

c) Produzentenrente (PR): $PR = \int_0^4 (P_S(q^*) - P_S(q))\, dq$
$PR = \int_0^4 (26 - (6 + 5q))\, dq = [26q - (6q + \frac{5}{2}q^2]_0^4$
$PR = (26 \cdot 4 - 6 \cdot 4 - \frac{5}{2}4^2) - (26 \cdot 0 - 6 \cdot 0 - \frac{5}{2}0^2) = 40$

d) Wohlfahrt (W): $W = KR + PR$
$W = 8 + 40 = 48$

ii) a) Im Gleichgewicht gilt $P_D(q) = P_S(q)$: $10 - q = \frac{1}{5}q \Leftrightarrow 10 = \frac{6}{5}q$
$\Leftrightarrow q^* = \frac{50}{6} = \frac{25}{3}$
q^* in $P_D(q)$ oder $P_S(q)$ einsetzten um p^* zu berechnen:
$P_S(\frac{25}{3}) = \frac{1}{5} \cdot \frac{25}{3} = \frac{5}{3} = p^*$

b) Konsumentenrente (KR): $KR = \int_0^{\frac{25}{3}} (P_D(q) - p)\, dq$
$KR = \int_0^{\frac{25}{3}} (10 - q - \frac{5}{3})\, dq = [10q - \frac{1}{2}q^2 - \frac{5}{3}q]_0^{\frac{25}{3}}$
$KR = (10 \cdot \frac{25}{3} - \frac{1}{2}(\frac{25}{3})^2 - \frac{5}{3} \cdot \frac{25}{3}) - (10 \cdot 0 - \frac{1}{2}0^2 - \frac{5}{3} \cdot 0) = \frac{625}{18}$

c) Produzentenrente (PR): $PR = P_S(q^*) \cdot q^* - \int_0^{\frac{25}{3}} (P_S(q))\, dq$
$PR = \frac{5}{3} \cdot \frac{25}{3} - \int_0^{\frac{25}{3}} (\frac{1}{5}q)\, dq = \frac{125}{9} - [\frac{1}{10}q^2]_0^{\frac{25}{3}}$
$PR = \frac{125}{9} - [(\frac{1}{10}(\frac{25}{3})^2) - (\frac{1}{10}0^2)] = \frac{125}{18}$

d) Wohlfahrt (W): $W = KR + PR$
$W = \frac{625}{18} + \frac{125}{18} = \frac{750}{18} = \frac{125}{3}$

iii) a) Im Gleichgewicht gilt $P_D(q) = P_S(q)$: $64 - q^2 = 15 \Leftrightarrow q^2 = 49 \Leftrightarrow q^* = 7$
q^* in $P_D(q)$ oder $P_S(q)$ einsetzten um p^* zu berechnen:
$P_S(7) = 15 = p^*$

b) Konsumentenrente (KR): $KR = \int_0^7 (P_D(q) - p)\, dq$
$KR = \int_0^7 (64 - q^2 - 15)\, dq = [64q - \frac{1}{3}q^3 - 15q]_0^7$
$KR = (64 \cdot 7 - \frac{1}{3} \cdot 7^3 - 15 \cdot 7) - (64 \cdot 0 - \frac{1}{3} \cdot 0^3 - 15 \cdot 0) = \frac{686}{3}$

c) Produzentenrente (PR): $PR = P_S(q^*) \cdot q^* - \int_0^7 (P_S(q))\, dq$
$PR = 15 \cdot 7 - \int_0^7 (15)\, dq = 105 - [15q]_0^7 = 105 - [(15 \cdot 7) - (15 \cdot 0)] = 0$

d) Wohlfahrt (W): $W = KR + PR$
$W = \frac{686}{3} + 0 = \frac{686}{3}$

iv) a) Im Gleichgewicht gilt $P_D(q) = P_S(q)$:
$56 - 2q^2 = 8 + q^2 \Leftrightarrow 3q^2 = 48 \Leftrightarrow q^2 = 16 \Leftrightarrow q^* = 4$
q^* in $P_D(q)$ oder $P_S(q)$ einsetzten um p^* zu berechnen:
$P_S(4) = 8 + 4^2 = 24 = p^*$

b) Konsumentenrente (KR): $KR = \int_0^4 (P_D(q) - p)\, dq$
$KR = \int_0^4 (56 - 2q^2 - 24)\, dq = [56q - \frac{2}{3}q^3 - 24q]_0^4$
$KR = (56 \cdot 4 - \frac{2}{3} \cdot 4^3 - 24 \cdot 4) - (56 \cdot 0 - \frac{2}{3} \cdot 0^3 - 24 \cdot 0) = \frac{256}{3}$

c) Produzentenrente (PR): $PR = P_S(q^*) \cdot q^* - \int_0^4 (P_S(q))\, dq$
$PR = 24 \cdot 4 - \int_0^4 (8 + q^2)\, dq = 96 - [8q + \frac{1}{3}q^3]_0^4$
$PR = 96 - [(8 \cdot 4 + \frac{1}{3} \cdot 4^3) - (8 \cdot 0 + \frac{1}{3} \cdot 0^3)] = \frac{128}{3}$

d) Wohlfahrt (W): $W = KR + PR$
$W = \frac{256}{3} + \frac{128}{3} = \frac{384}{3} = 128$

2) i)
- Ermitteln der neuen inversen Nachfragefunktion: $P_D^{'}(q) = P_D(q) - t$
  $P_D^{'}(q) = 50 - q - 2 = 48 - q$
- Im Gleichgewicht gilt $P_D^{'}(q) = P_S(q)$: $48 - q = 10 + q \Leftrightarrow q^{'*} = 19$
- $q^{'*}$ in $P_D^{'}(q)$ oder $P_S(q)$ einsetzten um $p^{'*}$ zu berechnen:
  $P_S(19) = 48 - 19 = 29 = p^{'*}$

ii)
- Konsumentenrente (KR'): $KR^{'} = \int_0^{19} (P_D^{'}(q) - p)\, dq$
  $KR^{'} = \int_0^{19} (48 - q - 29)\, dq = [48q - \frac{1}{2}q^2 - 29q]_0^{19}$
  $KR^{'} = (48 \cdot 19 - \frac{1}{2}19^2 - 29 \cdot 19) - (48 \cdot 0 - \frac{1}{2}0^2 - 29 \cdot 0) = \frac{361}{2} = 180,5$
- Produzentenrente (PR'): $PR^{'} = P_S(q^*) \cdot q^* - \int_0^{19} (P_S(q))\, dq$
  $PR^{'} = 29 \cdot 19 - \int_0^{19} (10 + q)\, dq = 551 - [10q + \frac{1}{2}q^2]_0^{19}$
  $PR^{'} = 551 - [(10 \cdot 19 + \frac{1}{2}19^2) - (10 \cdot 0 + \frac{1}{2}0^2)] = \frac{361}{2} = 180,5$
- Wohlfahrt (W') = $W^{'} = KR^{'} + PR^{'} + Steuer$
  $W^{'} = 180,5 + 180,5 + 19 * 2 = 399$
- Vergleich mit Aufgabe 4.d): $\Delta W = W^{'} - W = 399 - 400 = -1$
  Vergleich mit Aufgabe 4.e): Der Wohlfahrtsverlust ist unabhängig davon ob die Konsumenten oder die Produzenten die Mengensteuer zahlen.

3) i)
- Ermitteln der neuen inversen Angebotsfunktion: $P_S^{'}(q) = P_S(q) + t$
  $P_S^{'}(q) = 15 + 3 = 18$
- Im Gleichgewicht gilt $P_S^{'}(q) = P_D(q)$: $18 = 64 - q^2 \Leftrightarrow q^2 = 46 \Leftrightarrow q^{'*} = 6,8$
- $q^{'*}$ in $P_S^{'}(q)$ oder $P_D(q)$ einsetzten um $p^{'*}$ zu berechnen:
  $P_S^{'}(6,8) = 18 = p^{'*}$

ii)
- Konsumentenrente (KR'): $KR^{'} = \int_0^{6,8} (P_D(q) - p)\, dq$
  $KR^{'} = \int_0^{6,8} (64 - q^2 - 18)\, dq = [64q - \frac{1}{3}q^3 - 18q]_0^{6,8}$
  $KR^{'} = (64 \cdot 6,8 - \frac{1}{3}6,8^3 - 18 \cdot 6,8) - (64 \cdot 0 - \frac{1}{3}0^3 - 18 \cdot 0) = 207,989\bar{3}$
- Produzentenrente (PR'): $PR^{'} = P_S^{'}(q^{'*}) \cdot q^{'*} - \int_0^{6,8} (P_S^{'}(q))\, dq$
  $PR^{'} = 18 \cdot 6,8 - \int_0^{6,8} (18)\, dq = 122,4 - [18q]_0^{6,8}$
  $PR^{'} = 122,4 - [(18 \cdot 6,8) - (18 \cdot 0)] = 0$
- Wohlfahrt (W') = $W^{'} = KR^{'} + PR^{'} + Steuer$
  $W^{'} = 207,989\bar{3} + 0 + 6,8 * 3 = 228,38$
- $\Delta W = W^{'} - W = 228,38 - \frac{686}{3} = -0,28\bar{6}$