Universität Hamburg
DER FORSCHUNG | DER LEHRE | DER BILDUNG

UNIVERSITÄTSKOLLEG

UNIVERSITÄTSKOLLEG: #STUDIUM+

Tutorium Mikroökonomik I:

Aufgabenblatt 3

Dr. Kristin Paetz
Meike Kock

KOSTENLOSE ZUSATZANGEBOTE UND LEHRMATERIALIEN FÜR ALLE STUDIERENDEN

Das Universitätskolleg wird aus Mitteln des BMBF unter dem Förderkennzeichen 01PL17033 gefördert.
Die Verantwortung für den Inhalt dieser Veröffentlichung liegt bei den Herausgebern und Autorinnen und Autoren.

GEFÖRDERT VOM
Bundesministerium für Bildung und Forschung

Tutorium Mikroökonomik I: Aufgabenblatt 3

Ziel: Differentialrechnung und ökonomische Anwendung auf die Nutzenmaximierung
Mathematische Grundlagen: Kapitel 6, 8 und 12 im Buch[1]

Aufgabe 1 (vgl. Kapitel 8) - Bestimmen Sie das Maximum

a) $f(x) = -a + \frac{b}{c}x - 2x^2$

b) $u(x_2) = 3\frac{m}{p_1} - 3\frac{p_2}{p_1}x_2 + \sqrt{x_2}$

c) $u(x_1) = \frac{m}{p_2} - \frac{p_1}{p_2}x_1 + \sqrt{2x_1 + 3}$

d) $u(x_1) = \frac{m}{p_2} - \frac{p_1}{p_2}x_1 + ln(x_1)$

Aufgabe 2 (vgl. Kapitel 6 und 8) - Bestimmen Sie für folgende Nutzenfunktionen die Nachfrage nach beiden Gütern, $x_1(p_1, p_2, m)$ und $x_2(p_1, p_2, m)$, bei gegebenen Preisen $p_1 > 0$ und $p_2 > 0$ und bei gegebenem Budget $m > 0$ (Hinweis: Bestimmen Sie wie in Aufgabe 1 das Nutzenmaximum, Randlösungen müssen nicht geprüft werden)

a) $u(x_1, x_2) = 2x_1 + \sqrt{x_2}$

b) $u(x_1, x_2) = \frac{1}{2}x_1 + \sqrt{x_2 - 1}$

c) $u(x_1, x_2) = 2(ln(x_1) + x_2)$

Aufgabe 3 (vgl. Kapitel 12.5) - Zeigen Sie für die Nutzenfunktionen a)-c) der Aufgabe 2, dass Sie zum gleichen Ergebnis kommen, wenn Sie die Grenzrate der Substitution gleich dem negativen Preisverhältnis setzen (wie im Übungsblatt 2)

[1] Sydsæter, Hammond und Strøm, Mathematik für Wirtschaftswissenschaftler, Pearson, 2015

Zusatzaufgaben

Zu Aufgabe 1 Bestimmen Sie das Maximum

a) $f(x) = 2\frac{a}{b}x - 2\frac{c}{b} - x^3$

b) $u(x_1) = \frac{m}{p_2} - \frac{p_1}{p_2}x_1 + \sqrt{5 + 3x_1}$

c) $u(x_1) = 4\frac{m}{p_2} - 4\frac{p_1}{p_2}x_1 + 2ln(x_1)$

d) $u(x_1) = 3\frac{m}{p_2} - 3\frac{p_1}{p_2}x_1 + 4ln(x_1)$

Zu Aufgabe 2 Bestimmen Sie für die folgenden Nutzenfunktionen die Nachfrage nach beiden Gütern, $x_1(p_1, p_2, m)$ und $x_2(p_1, p_2, m)$, bei gegebenen Preisen $p_1 > 0$ und $p_2 > 0$ und bei gegebenem Budget $m > 0$ (Hinweis: Bestimmen Sie wie in Aufgabe 1 das Nutzenmaximum, Randlösungen müssen nicht geprüft werden)

a) $u(x_1, x_2) = 2\sqrt{x_1} + x_2$

b) $u(x_1, x_2) = \sqrt{2x_1} + 3x_2$

c) $u(x_1, x_2) = 2x_1 + ln(x_2)$

d) $u(x_1, x_2) = 5x_1 + 3ln(x_2)$

Zu Aufgabe 3 Zeigen Sie für die Nutzenfunktionen a)-d) der Zusatzaufgabe zu Aufgabe 2, dass Sie zum gleichen Ergebnis kommen, wenn Sie die Grenzrate der Substitution gleich dem negativen Preisverhältnis setzen (wie im Übungsblatt 2)

Lösungen

Aufgabe 1

a) $f'(x) = \frac{b}{c} - 4x \stackrel{!}{=} 0 \Leftrightarrow x(b,c) = \frac{b}{4c}$
$f''(x) = -4 < 0$

b) $u'(x_2) = -3\frac{p_2}{p_1} + \frac{1}{2}x_2^{-\frac{1}{2}} \stackrel{!}{=} 0 \Leftrightarrow x_2(p_1,p_2) = (\frac{p_1}{6p_2})^2$
$u''(x_2) = -\frac{1}{4}x_2^{-\frac{3}{2}} < 0$ für alle $x_2 > 0$

c) $u'(x_1) = (2x_1+3)^{-\frac{1}{2}} - \frac{p_1}{p_2} \stackrel{!}{=} 0 \Leftrightarrow x_1(p_1,p_2) = \frac{1}{2}(\frac{p_2}{p_1})^2 - \frac{3}{2}$
$u''(x_1) = -\frac{1}{2}(2x_1+3)^{-\frac{3}{2}} \cdot 2 < 0$ für alle $x_1 > 0$

d) $u'(x_1) = \frac{1}{x_1} - \frac{p_1}{p_2} \stackrel{!}{=} 0 \Leftrightarrow x_1(p_1,p_2) = \frac{p_2}{p_1}$
$u''(x_1) = -x_1^{-2} < 0$ für alle $x_1 > 0$

Aufgabe 2

a)
- Butgetbeschränkung: $m = p_1x_1 + p_2x_2 \Leftrightarrow x_1 = \frac{m}{p_1} - \frac{p_2}{p_1}x_2$
- x_1 in $u(x_1,x_2) = 2x_1 + \sqrt{x_2}$ einsetzen: $u(x_2) = 2(\frac{m}{p_1} - \frac{p_2}{p_1}x_2) + \sqrt{x_2}$
- $\frac{\partial u}{\partial x_2} = -2\frac{p_2}{p_1} + \frac{1}{2\sqrt{x_2}} \stackrel{!}{=} 0 \Leftrightarrow 2\frac{p_2}{p_1} = \frac{1}{2\sqrt{x_2}} \Leftrightarrow \frac{p_1}{2p_2} = 2\sqrt{x_2}$
  $x_2(p_1,p_2) = (\frac{p_1}{4p_2})^2 = \frac{1}{16}(\frac{p_1}{p_2})^2$
- $x_2(p_1,p_2)$ in $x_1 = \frac{m}{p_1} - \frac{p_2}{p_1}x_2$ einsetzten um $x_1(p_1,p_2,m)$ zu berechnen:
  $x_1 = \frac{m}{p_1} - \frac{p_2}{p_1} \cdot \frac{1}{16} \cdot (\frac{p_1}{p_2})^2$
  $x_1(p_1,p_2,m) = \frac{m}{p_1} - \frac{p_1}{16p_2}$
- $SOC = -\frac{1}{4}x_2^{-\frac{3}{2}} < 0$ für alle $x_2 > 0$

b)
- Butgetbeschränkung: $m = p_1x_1 + p_2x_2 \Leftrightarrow x_1 = \frac{m}{p_1} - \frac{p_2}{p_1}x_2$
- x_1 in $u(x_1,x_2) = \frac{1}{2}x_1 + \sqrt{x_2-1}$ einsetzen: $u(x_2) = \frac{1}{2}(\frac{m}{p_1} - \frac{p_2}{p_1}x_2) + \sqrt{x_2-1}$
- $\frac{\partial u}{\partial x_2} = -\frac{1}{2}\frac{p_2}{p_1} + \frac{1}{2}(x_2-1)^{-\frac{1}{2}} \stackrel{!}{=} 0 \Leftrightarrow \frac{1}{2}\frac{p_2}{p_1} = \frac{1}{2\sqrt{x_2-1}}$
  $\Leftrightarrow \frac{2p_1}{p_2} = 2\sqrt{x_2-1} \Leftrightarrow \frac{p_1}{p_2} = \sqrt{x_2-1}$
  $x_2(p_1,p_2) = (\frac{p_1}{p_2})^2 + 1$
- $x_2(p_1,p_2)$ in $x_1 = \frac{m}{p_1} - \frac{p_2}{p_1}x_2$ einsetzten um $x_1(p_1,p_2,m)$ zu berechnen:
  $x_1 = \frac{m}{p_1} - \frac{p_2}{p_1} \cdot ((\frac{p_1}{p_2})^2 + 1)$
  $x_1(p_1,p_2,m) = \frac{m}{p_1} - \frac{p_1}{p_2} - \frac{p_2}{p_1}$
- $SOC = -\frac{1}{4}(x_2-1)^{-\frac{3}{2}} < 0$ für alle $x_2 > 0$

c)
- Butgetbeschränkung: $m = p_1x_1 + p_2x_2 \Leftrightarrow x_2 = \frac{m}{p_2} - \frac{p_1}{p_2}x_1$
- x_2 in $u(x_1,x_2) = 2(ln(x_1) + x_2)$ einsetzen: $u(x_1) = 2(ln(x_1) + \frac{m}{p_2} - \frac{p_1}{p_2}x_1)$
- $\frac{\partial u}{\partial x_1} = \frac{2}{x_1} - \frac{2p_1}{p_2} \stackrel{!}{=} 0 \Leftrightarrow \frac{2}{x_1} = \frac{2p_1}{p_2}$
  $x_1(p_1,p_2) = \frac{p_2}{p_1}$
- $x_1(p_1,p_2)$ in $x_2 = \frac{m}{p_2} - \frac{p_1}{p_2}x_1$ einsetzten um $x_2(p_1,p_2,m)$ zu berechnen:
  $x_2 = \frac{m}{p_2} - \frac{p_1}{p_2} \cdot \frac{p_2}{p_1}$
  $x_2(p_2,m) = \frac{m}{p_2} - 1$

- $SOC = -2x_1^{-2} < 0$ für alle $x_1 > 0$

Aufgabe 3

a)
- $GRS = -\frac{\frac{\partial u}{\partial x_1}}{\frac{\partial u}{\partial x_2}} = -\frac{p_1}{p_2}$
  $-\frac{2}{\frac{1}{2}x_2^{-\frac{1}{2}}} = -\frac{p_1}{p_2} \Leftrightarrow -4x_2^{\frac{1}{2}} = -\frac{p_1}{p_2} \Leftrightarrow x_2 = (\frac{p_1}{4p_2})^2 \Leftrightarrow x_2(p_1, p_2) = \frac{1}{16}(\frac{p_1}{p_2})^2$
- Butgetbeschränkung: $m = p_1x_1 + p_2x_2 \Leftrightarrow x_1 = \frac{m}{p_1} - \frac{p_2}{p_1}x_2$
- $x_2(p_1, p_2)$ in $x_1 = \frac{m}{p_1} - \frac{p_2}{p_1}x_2$ einsetzten um $x_1(p_1, p_2, m)$ zu berechnen:
  $x_1 = \frac{m}{p_1} - \frac{p_2}{p_1}(\frac{1}{16}(\frac{p_1}{p_2})^2) \Leftrightarrow x_1(p_1, p_2, m) = \frac{m}{p_1} - \frac{1}{16}\frac{p_1}{p_2}$

b)
- $GRS = -\frac{\frac{\partial u}{\partial x_1}}{\frac{\partial u}{\partial x_2}} = -\frac{p_1}{p_2}$
  $-\frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{2\sqrt{x_2-1}}} = -\frac{p_1}{p_2} \Leftrightarrow \sqrt{x_2 - 1} = \frac{p_1}{p_2} \Leftrightarrow x_2(p_1, p_2) = (\frac{p_1}{p_2})^2 + 1$
- Butgetbeschränkung: $m = p_1x_1 + p_2x_2 \Leftrightarrow x_1 = \frac{m}{p_1} - \frac{p_2}{p_1}x_2$
- $x_2(p_1, p_2)$ in $x_1 = \frac{m}{p_1} - \frac{p_2}{p_1}x_2$ einsetzten um $x_1(p_1, p_2, m)$ zu berechnen:
  $x_1 = \frac{m}{p_1} - \frac{p_2}{p_1}((\frac{p_1}{p_2})^2 + 1) \Leftrightarrow x_1(p_1, p_2, m) = \frac{m}{p_1} - \frac{p_1}{p_2} - \frac{p_2}{p_1}$

c)
- $GRS = -\frac{\frac{\partial u}{\partial x_1}}{\frac{\partial u}{\partial x_2}} = -\frac{p_1}{p_2}$
  $-\frac{\frac{2}{x_1}}{2} = -\frac{p_1}{p_2} \Leftrightarrow \frac{1}{x_1} = \frac{p_1}{p_2} \Leftrightarrow x_1(p_1, p_2) = \frac{p_2}{p_1}$
- Butgetbeschränkung: $m = p_1x_1 + p_2x_2 \Leftrightarrow x_2 = \frac{m}{p_2} - \frac{p_1}{p_2}x_1$
- $x_1(p_1, p_2)$ in $x_2 = \frac{m}{p_2} - \frac{p_1}{p_2}x_1$ einsetzten um $x_2(p_1, p_2, m)$ zu berechnen:
  $x_2 = \frac{m}{p_2} - \frac{p_1}{p_2}\frac{p_2}{p_1} \Leftrightarrow x_2(p_2, m) = \frac{m}{p_2} - 1$

Zusatzaufgaben

Zu Aufgabe 1

a) $f'(x) = 2\frac{a}{b} - 3x^2 \stackrel{!}{=} 0 \Leftrightarrow 2\frac{a}{b} = 3x^2 \Leftrightarrow x(a,b) = \sqrt{\frac{2a}{3b}}$
$f''(x) = -6x < 0$ für alle $x > 0$

b) $u'(x_1) = -\frac{p_1}{p_2} + \frac{3}{2}(5+3x_1)^{-\frac{1}{2}} \stackrel{!}{=} 0 \Leftrightarrow \frac{p_1}{p_2} = \frac{3}{2}(5+3x_1)^{-\frac{1}{2}} \Leftrightarrow \frac{2p_1}{3p_2} = (5+3x_1)^{-\frac{1}{2}}$
$\Leftrightarrow \frac{3p_2}{2p_1} = (5+3x_1)^{\frac{1}{2}} \Leftrightarrow (\frac{3p_2}{2p_1})^2 = 5+3x_1 \Leftrightarrow x_1(p_1,p_2) = \frac{3}{4}\frac{p_2^2}{p_1^2} - \frac{5}{3}$
$u''(x_1) = -\frac{9}{4}(5+3x_1)^{-\frac{3}{2}} < 0$ für alle $x_1 > 0$

c) $u'(x_1) = -4\frac{p_1}{p_2} + \frac{2}{x_1} \stackrel{!}{=} 0 \Leftrightarrow 4\frac{p_1}{p_2} = \frac{2}{x_1} \Leftrightarrow \frac{p_2}{4p_1} = \frac{x_1}{2} \Leftrightarrow x_1(p_1,p_2) = \frac{p_2}{2p_1}$
$u''(x_1) = -2x_1^{-2} < 0$ für alle $x_1 > 0$

d) $u'(x_1) = -3\frac{p_1}{p_2} + \frac{4}{x_1} \stackrel{!}{=} 0 \Leftrightarrow 3\frac{p_1}{p_2} = \frac{4}{x_1} \Leftrightarrow \frac{p_2}{3p_1} = \frac{x_1}{4} \Leftrightarrow x_1(p_1,p_2) = \frac{4}{3}\frac{p_2}{p_1}$
$u''(x_1) = -4x_1^{-2} < 0$ für alle $x_1 > 0$

Zu Aufgabe 2

a)
- Butgetbeschränkung: $m = p_1x_1 + p_2x_2 \Leftrightarrow x_2 = \frac{m}{p_2} - \frac{p_1}{p_2}x_1$
- x_2 in $u(x_1,x_2) = 2\sqrt{x_1} + x_2$ einsetzen: $u(x_1) = 2\sqrt{x_1} + \frac{m}{p_2} - \frac{p_1}{p_2}x_1$
- $\frac{\partial u}{\partial x_1} = \frac{2}{2\sqrt{x_1}} - \frac{p_1}{p_2} \stackrel{!}{=} 0 \Leftrightarrow \frac{2}{2\sqrt{x_1}} = \frac{p_1}{p_2} \Leftrightarrow \sqrt{x_1} = \frac{p_2}{p_1} \Leftrightarrow x_1(p_1,p_2) = (\frac{p_2}{p_1})^2$
- x_1 in $x_2 = \frac{m}{p_2} - \frac{p_1}{p_2}x_1$ einsetzen um $x_2(p_1,p_2,m)$ zu berechnen: $x_2 = \frac{m}{p_2} - \frac{p_1}{p_2}(\frac{p_2}{p_1})^2$
  $x_2(p_1,p_2,m) = \frac{m}{p_2} - \frac{p_2}{p_1}$
- $SOC = -\frac{1}{2}x_1^{-\frac{3}{2}} < 0$ für alle $x_1 > 0$

b)
- Butgetbeschränkung: $m = p_1x_1 + p_2x_2 \Leftrightarrow x_2 = \frac{m}{p_2} - \frac{p_1}{p_2}x_1$
- x_2 in $u(x_1,x_2) = \sqrt{2x_1} + 3x_2$ einsetzen: $u(x_1) = \sqrt{2x_1} + 3(\frac{m}{p_2} - \frac{p_1}{p_2}x_1)$
- $\frac{\partial u}{\partial x_1} = \frac{2}{2\sqrt{2x_1}} - 3\frac{p_1}{p_2} \stackrel{!}{=} 0 \Leftrightarrow \frac{2}{2\sqrt{2x_1}} = 3\frac{p_1}{p_2} \Leftrightarrow \sqrt{2x_1} = \frac{p_2}{3p_1} \Leftrightarrow 2x_1 = \frac{p_2^2}{9p_1^2}$
  $\Leftrightarrow x_1(p_1,p_2) = \frac{1}{18}\frac{p_2^2}{p_1^2}$
- x_1 in $x_2 = \frac{m}{p_2} - \frac{p_1}{p_2}x_1$ einsetzen um $x_2(p_1,p_2,m)$ zu berechnen: $x_2 = \frac{m}{p_2} - \frac{p_1}{p_2}\frac{1}{18}\frac{p_2^2}{p_1^2}$
  $x_2(p_1,p_2,m) = \frac{m}{p_2} - \frac{1}{18}\frac{p_2}{p_1}$
- $SOC = -(2x_1)^{-\frac{3}{2}} < 0$ für alle $x_1 > 0$

c)
- Butgetbeschränkung: $m = p_1x_1 + p_2x_2 \Leftrightarrow x_1 = \frac{m}{p_1} - \frac{p_2}{p_1}x_2$
- x_1 in $u(x_1,x_2) = 2x_1 + ln(x_2)$ einsetzen: $u(x_2) = 2(\frac{m}{p_1} - \frac{p_2}{p_1}x_2) + ln(x_2)$
- $\frac{\partial u}{\partial x_2} = -2\frac{p_2}{p_1} + \frac{1}{x_2} \stackrel{!}{=} 0 \Leftrightarrow 2\frac{p_2}{p_1} = \frac{1}{x_2} \Leftrightarrow x_2(p_1,p_2) = \frac{1}{2}\frac{p_1}{p_2}$
- x_2 in $x_1 = \frac{m}{p_1} - \frac{p_2}{p_1}x_2$ einsetzen um $x_1(p_1,p_2,m)$ zu berechnen: $x_1 = \frac{m}{p_1} - \frac{p_2}{p_1}\frac{1}{2}\frac{p_1}{p_2}$
  $x_1(p_1,p_2,m) = \frac{m}{p_1} - \frac{1}{2}$
- $SOC = -x_2^{-2} < 0$ für alle $x_2 > 0$

d)
- Butgetbeschränkung: $m = p_1x_1 + p_2x_2 \Leftrightarrow x_1 = \frac{m}{p_1} - \frac{p_2}{p_1}x_2$

- x_1 in $u(x_1, x_2) = 5x_1 + 3ln(x_2)$ einsetzen: $u(x_2) = 5(\frac{m}{p_1} - \frac{p_2}{p_1}x_2) + 3ln(x_2)$
- $\frac{\partial u}{\partial x_2} = -5\frac{p_2}{p_1} + \frac{3}{x_2} \stackrel{!}{=} 0 \Leftrightarrow 5\frac{p_2}{p_1} = \frac{3}{x_2} \Leftrightarrow \frac{p_1}{5p_2} = \frac{x_2}{3} \Leftrightarrow x_2(p_1, p_2) = \frac{3}{5}\frac{p_1}{p_2}$
- x_2 in $x_1 = \frac{m}{p_1} - \frac{p_2}{p_1}x_2$ einsetzen um $x_1(p_1, p_2, m)$ zu berechnen: $x_1 = \frac{m}{p_1} - \frac{p_2}{p_1}\frac{3}{5}\frac{p_1}{p_2}$
  $x_1(p_1, p_2, m) = \frac{m}{p_1} - \frac{3}{5}$
- $SOC = -3x_2^{-2} < 0$ für alle $x_2 > 0$

Zu Aufgabe 3

a)
- $GRS = -\frac{\frac{\partial u}{\partial x_1}}{\frac{\partial u}{\partial x_2}} = -\frac{p_1}{p_2}$
  $-\frac{\frac{1}{\sqrt{x_1}}}{1} = -\frac{p_1}{p_2} \Leftrightarrow \frac{1}{\sqrt{x_1}} = \frac{p_1}{p_2} \Leftrightarrow \sqrt{x_1} = \frac{p_2}{p_1} \Leftrightarrow x_1(p_1, p_2) = (\frac{p_2}{p_1})^2$
- Butgetbeschränkung: $m = p_1x_1 + p_2x_2 \Leftrightarrow x_2 = \frac{m}{p_2} - \frac{p_1}{p_2}x_1$
- $x_1(p_1, p_2)$ in $x_2 = \frac{m}{p_2} - \frac{p_1}{p_2}x_1$ einsetzten um $x_2(p_1, p_2, m)$ zu berechnen:
  $x_2 = \frac{m}{p_2} - \frac{p_1}{p_2}(\frac{p_2}{p_1})^2 \Leftrightarrow x_2(p_1, p_2, m) = \frac{m}{p_2} - \frac{p_2}{p_1}$

b)
- $GRS = -\frac{\frac{\partial u}{\partial x_1}}{\frac{\partial u}{\partial x_2}} = -\frac{p_1}{p_2}$
  $-\frac{\frac{1}{\sqrt{2x_1}}}{3} = -\frac{p_1}{p_2} \Leftrightarrow \frac{1}{3\sqrt{2x_1}} = \frac{p_1}{p_2} \Leftrightarrow 3\sqrt{2x_1} = \frac{p_2}{p_1} \Leftrightarrow \sqrt{2x_1} = \frac{p_2}{3p_1} \Leftrightarrow 2x_1 = (\frac{p_2}{3p_1})^2$
  $\Leftrightarrow x_1 = \frac{1}{2}(\frac{p_2}{3p_1})^2 \Leftrightarrow x_1(p_1, p_2) = \frac{1}{18}(\frac{p_2}{p_1})^2$
- Butgetbeschränkung: $m = p_1x_1 + p_2x_2 \Leftrightarrow x_2 = \frac{m}{p_2} - \frac{p_1}{p_2}x_1$
- $x_1(p_1, p_2)$ in $x_2 = \frac{m}{p_2} - \frac{p_1}{p_2}x_1$ einsetzten um $x_2(p_1, p_2, m)$ zu berechnen:
  $x_2 = \frac{m}{p_2} - \frac{p_1}{p_2}\frac{1}{18}(\frac{p_2}{p_1})^2 \Leftrightarrow x_2(p_1, p_2, m) = \frac{m}{p_2} - \frac{1}{18}\frac{p_2}{p_1}$

c)
- $GRS = -\frac{\frac{\partial u}{\partial x_1}}{\frac{\partial u}{\partial x_2}} = -\frac{p_1}{p_2}$
  $-\frac{2}{\frac{1}{x_2}} = -\frac{p_1}{p_2} \Leftrightarrow 2x_2 = \frac{p_1}{p_2} \Leftrightarrow x_2(p_1, p_2) = \frac{1}{2}\frac{p_1}{p_2}$
- Butgetbeschränkung: $m = p_1x_1 + p_2x_2 \Leftrightarrow x_1 = \frac{m}{p_1} - \frac{p_2}{p_1}x_2$
- $x_2(p_1, p_2)$ in $x_1 = \frac{m}{p_1} - \frac{p_2}{p_1}x_2$ einsetzten um $x_1(p_1, p_2, m)$ zu berechnen:
  $x_1 = \frac{m}{p_1} - \frac{p_2}{p_1}\frac{1}{2}\frac{p_1}{p_2} \Leftrightarrow x_2(p_1, p_2, m) = \frac{m}{p_1} - \frac{1}{2}$

d)
- $GRS = -\frac{\frac{\partial u}{\partial x_1}}{\frac{\partial u}{\partial x_2}} = -\frac{p_1}{p_2}$
  $-\frac{5}{\frac{3}{x_2}} = -\frac{p_1}{p_2} \Leftrightarrow \frac{5x_2}{3} = \frac{p_1}{p_2} \Leftrightarrow x_2(p_1, p_2) = \frac{3}{5}\frac{p_1}{p_2}$
- Butgetbeschränkung: $m = p_1x_1 + p_2x_2 \Leftrightarrow x_1 = \frac{m}{p_1} - \frac{p_2}{p_1}x_2$
- $x_2(p_1, p_2)$ in $x_1 = \frac{m}{p_1} - \frac{p_2}{p_1}x_2$ einsetzten um $x_1(p_1, p_2, m)$ zu berechnen:
  $x_1 = \frac{m}{p_1} - \frac{p_2}{p_1}\frac{3}{5}\frac{p_1}{p_2} \Leftrightarrow x_1 = \frac{m}{p_1} - \frac{3}{5}$