Universität Hamburg
DER FORSCHUNG | DER LEHRE | DER BILDUNG

UNIVERSITÄTSKOLLEG

UNIVERSITÄTSKOLLEG: #STUDIUM+

Tutorium Mikroökonomik I:

Aufgabenblatt 1

Dr. Kristin Paetz
Meike Kock

KOSTENLOSE ZUSATZANGEBOTE UND LEHRMATERIALIEN FÜR ALLE STUDIERENDEN

Das Universitätskolleg wird aus Mitteln des BMBF unter dem Förderkennzeichen 01PL17033 gefördert. Die Verantwortung für den Inhalt dieser Veröffentlichung liegt bei den Herausgebern und Autorinnen und Autoren.

GEFÖRDERT VOM
Bundesministerium für Bildung und Forschung

Tutorium Mikroökonomik I: Aufgabenblatt 1

Ziel: Wiederholung von Potenz- und Wurzelrechnung, Lösen von Gleichungen
Mathematische Grundlagen: Kapitel 1, 2 und 4 im Buch[1]

Aufgabe 1(vgl. Kapitel 1.5) - Grundlagen: Schreiben Sie die folgenden Ausdrücke um

(a) x^{-1}
(b) $x^{\frac{1}{2}}$
(c) $p^{-\frac{1}{2}}$
(d) $q^{\frac{8}{9}}$

Aufgabe 2 (vgl. Kapitel 1.2) - Grundlagen: Vereinfachen Sie die folgenden Ausdrücke

(a) $x^2 \cdot x^3$
(b) $q^3 \cdot q^{-3}$
(c) $x^2 \div x^3$
(d) $(2y)^4$
(e) $\left(\frac{3}{p}\right)^2$
(f) $\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{3}$
(g) $\sqrt{3} \cdot \sqrt[3]{3}$
(h) $\sqrt{4} \div \sqrt{5}$

Aufgabe 3 (vgl. Kapitel 1.5) - Grundlagen: Vereinfachen Sie so weit wie möglich

(a) $\frac{q^2(qp)^2}{q^3p}$
(b) $\frac{(q+1)^8(q+1)^{-2}}{(q+1)^{-5}(q+1)^3}$
(c) $\sqrt{x_1^5 \cdot (\frac{m}{p_2} - \frac{p_1}{p_2}x_1)^2}$

Aufgabe 4 (vgl. Kapitel 1.4) - Grundlagen: Brüche und Doppelbrüche. Vereinfachen Sie so weit wie möglich

(a) $\frac{\frac{3}{2}x_2 x_1^{1/2}}{p_1} \cdot \frac{p_2}{x_1^{3/2}}$
(b) $\frac{\frac{1}{4}x_1^{-\frac{1}{2}}}{\frac{1}{4}x_2^{-\frac{1}{2}}}$
(c) $\frac{\frac{2p_1+3p_2}{x_1^2+x_2^2}}{\frac{4p_1^2-9p_2^2}{x_1+x_2}}$
(d) $\frac{\frac{m}{p_2}}{1+\frac{p_2}{p_1}}$

Aufgabe 5 (vgl. Kapitel 2.1 & 2.2) - Grundlagen: Lösen Sie die folgenden Gleichungen

1. $Q = 100 - (50 + 0.6Q)$ nach Q
2. $\frac{16x-3}{5x-2} = 3$ nach x
3. $10 = x_1^2 + x_2^2$ nach x_1
4. $\frac{\sqrt{x_2}}{\sqrt{x_1}} = \frac{p_1}{p_2}$ nach x_1
5. $x = 10 - p(2 - \frac{1}{5}x)$ nach x
6. $x = m - p(3 - \frac{1}{3}x)$ nach x
7. $x^{-1} = m - p(\frac{1}{2} - \frac{1}{4}x^{-1})$ nach x
8. $x^{-\frac{1}{2}} = m - 4(1 + \frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}})$ nach x

Aufgabe 6 (vgl. Kapitel 2 & 4) - Anwendung: Lineare Gleichungen und Funktionen

Die von den Konsumenten nachgefragte Menge Q nach einem Gut hängt ab vom Preis

[1] Sydsæter, Hammond und Strøm, Mathematik für Wirtschaftswissenschaftler, Pearson, 2015

P. Auch die von den Produzenten angebotene Menge Q hängt ab von dem Preis P, den sie erzielen.
Die Nachfragefunktion einer Ware sei gegeben durch $P = -4Q + 50$, die Angebotsfunktion sei $Q = -20 + 2,5P$.

(a) Zeichnen Sie beide Funktionen in eine Graphik, wobei sie Q auf der vertikalen Achse abtragen und P auf der horizontalen Achse.

(b) Bestimmen Sie graphisch den Gleichgewichtspreis und die Gleichgewichtsmenge.

(c) Bestimmen Sie analytisch den Gleichgewichtspreis und die Gleichgewichtsmenge.

Zusatzaufgaben

Zu Aufgabe 1 Schreiben Sie die folgenden Ausdrücke um

(a) q^{-2}

(b) $(\frac{1}{3})^{-1}$

Zu Aufgabe 2 Vereinfachen Sie die folgenden Ausdrücke

(a) $(p^2)^3$

(b) $(-2px^2)^3$

(c) $(3p)^{-1}$

(d) $\left(\frac{2}{p}\right)^2$

(e) $\left(\frac{q^2}{4}\right)^2$

Zu Aufgabe 3 Vereinfachen Sie so weit wie möglich

(a) $\sqrt[3]{27x^{3p}y^{6q}z^{12r}}$

(b) $\sqrt{4x^2 + 8xy + 4y^2}$

(c) $\frac{(q+15)^{4/3}}{(q+15)^{5/6}}$

(d) $(p^2p^{-3}p^4)^{1/3} \cdot (\sqrt{p})^4$

(e) $\sqrt{9x^2 + 9y^2}$

Zu Aufgabe 4 Vereinfachen Sie so weit wie möglich

(a) $\frac{4x+8}{x+2}$

(b) $\frac{ab-b}{ab+b}$

(c) $\frac{a}{a-b} - \frac{b}{b-a}$

(d) $\frac{3abz}{9ab}$

(e) $\frac{\frac{7p_1^2x^2}{p_2^2}}{\frac{x^2}{2p_2}}$

(f) $\frac{x^5-3x^4}{p_1x^2+p_2x^3}$

(g) $\frac{\frac{1}{x}}{\frac{1}{x+1} - \frac{1}{x}}$

(h) $\frac{\frac{2}{p+1} + \frac{1}{p}}{\frac{4}{p^2+p}}$

Zu Aufgabe 5 Lösen Sie die folgenden Gleichungen

(a) $pq - b = 2pq + d$ nach q

(b) $t^2x - 1 = x + t$ nach x

(c) $2(q-1) = \frac{3q+5}{2}$ nach q

(d) $\frac{p_1^2-p_2^2}{p_1-p_2} = p_1x + p_2x$ nach x

Zu Aufgabe 6

Die von den Konsumenten nachgefragte Menge Q nach einem Gut hängt ab vom Preis P. Auch die von den Produzenten angebotene Menge Q hängt ab von dem Preis P, den sie erzielen

1. Die Funktionen lauten:

   $Q = 120 - 5P,$ (Nachfrage) $\qquad Q = -20 + 2,5P,$ (Angebot)

   Zeichnen Sie die Funktionen in eine Graphik, wobei sie Q auf der vertikalen Achse abtragen und P auf der horizontalen Achse und interpretieren Sie die Parameter.

   (a) Bestimmen Sie graphisch den Gleichgewichtspreis und die Gleichgewichtsmenge.

   (b) Bestimmen Sie analytisch den Gleichgewichtspreis und die Gleichgewichtsmenge.

   (c) Die Angebotsfunktion ändert sich auf $Q = 2,5P$. Welche Kurve verschiebt/ dreht sich, wo entsteht eine Wanderung entlang der Kurve? Erläutern Sie graphisch und verbal. Wie verändert sich der Gleichgewichtspreis und die Gleichgewichtsmenge?

2. Die Funktionen lauten:

$$Q = a_0 + b_0 P, \quad \text{(Nachfrage)} \qquad\qquad Q = a_1 + b_1 P, \quad \text{(Angebot)}$$

mit $a_0, b_1 > 0$, $b_0, a_1 < 0$

(a) Zeichnen Sie die Funktionen in eine Graphik und bestimmen Sie graphisch den Gleichgewichtspreis und die Gleichgewichtsmenge.

(b) In der Nachfragefunktion ändert sich der Parameter a_0 auf a_0^*, sodass gilt $a_0^* < a_0$. Welche Kurve verschiebt/ dreht sich, wo entsteht eine Wanderung entlang der Kurve? Erläutern Sie graphisch und verbal. Wie verändert sich der Gleichgewichtspreis und die Gleichgewichtsmenge?

Lösungen

Aufgabe 1

(a) $\frac{1}{x}$ (b) $\sqrt{x}$ (c) $\frac{1}{\sqrt{p}}$ (d) $\sqrt[9]{q^8}$

Aufgabe 2

(a) x^5

(b) $q^0 = 1$

(c) $x^{-1} = \frac{1}{x}$

(d) $2^4y^4 = 16y^4$

(e) $\frac{9}{p^2}$

(f) $\sqrt[3]{6}$

(g) $3^{\frac{1}{2}} \cdot 3^{\frac{1}{3}} = 3^{\frac{5}{6}}$

(h) $\sqrt{\frac{4}{5}}$

Aufgabe 3

(a) $\frac{q^4p^2}{q^3p} = p^{2-1}q^{4-3} = pq$

(b) $\frac{(q+1)^{8-2}}{(q+1)^{-5+3}} = (q+1)^{6+2} = (q+1)^8$

(c) $x_1^{\frac{5}{2}}(\frac{m}{p_2} - \frac{p_1}{p_2}x_1)^{\frac{2}{2}} = \frac{m}{p_2}x_1^{\frac{5}{2}} - \frac{p_1}{p_2}x_1^{\frac{5}{2}+\frac{2}{2}} = \frac{m}{p_2}x_1^{\frac{5}{2}} - \frac{p_1}{p_2}x_1^{\frac{7}{2}}$

Aufgabe 4

(a) $= \frac{3}{2}\frac{p_2}{p_1}x_2x_1^{\frac{1}{2}-\frac{3}{2}} = \frac{3p_2x_2}{2p_1x_1}$

(b) $\frac{\sqrt{x_2}}{\sqrt{x_1}}$

(c) $\frac{(2p_1+3p_2)}{(x_1^2+x_2^2)}\frac{(x_1+x_2)}{(4p_1^2-9p_2^2)} = \frac{(2p_1+3p_2)(x_1+x_2)}{(x_1^2+x_2^2)(2p_1+3p_2)(2p_1-3p_2)} = \frac{(x_1+x_2)}{(x_1^2+x_2^2)(2p_1-3p_2)}$

(d) $\dfrac{\frac{p_1m}{p_2}}{p_1+p_2} = \frac{p_1m}{p_2}\frac{1}{p_1+p_2} = \frac{mp_1}{p_2(p_1+p_2)}$

Aufgabe 5

(a) $Q = 100 - 50 - 0.6Q \Leftrightarrow 0.4Q = 50 \Leftrightarrow Q = 31,25$

(b) $16x - 3 = 15x - 6 \Leftrightarrow x = -3$

(c) $x_1^2 = 10 - x_2^2 \Leftrightarrow x_1 = \sqrt{10 - x_2^2}$

(d) $\frac{\sqrt{x_1}}{\sqrt{x_2}} = \frac{p_2}{p_1} \Leftrightarrow \sqrt{x_1} = \frac{p_2}{p_1}\sqrt{x_2} \Leftrightarrow x_1 = x_2 \cdot \frac{p_2^2}{p_1^2}$

(e) $x = 10 - 2p + \frac{p}{5}x \Leftrightarrow x - \frac{p}{5}x = 10 - 2p \Leftrightarrow (1 - \frac{p}{5})x = 10 - 2p$
$\Leftrightarrow x = \frac{10-2p}{1-\frac{1}{5}p} = \frac{10(10-2p)}{10-2p} = 10$

(f) $x = m - 3p + \frac{p}{3}x \Leftrightarrow -\frac{p}{3}x + x = m - 3p \Leftrightarrow (1 - \frac{p}{3})x = m - 3p \Leftrightarrow x = \frac{m-3p}{1-\frac{1}{3}p}$
$\Leftrightarrow (x = \frac{3m-9p}{3-p})$

(g) $\frac{1}{x} = m - \frac{p}{2} + \frac{p}{4x} \Leftrightarrow \frac{4}{4x} - \frac{p}{4x} = m - \frac{p}{2} \Leftrightarrow \frac{4-p}{4x} = \frac{2m}{2} - \frac{p}{2} \Leftrightarrow \frac{4-p}{4x} = \frac{2m-p}{2}$

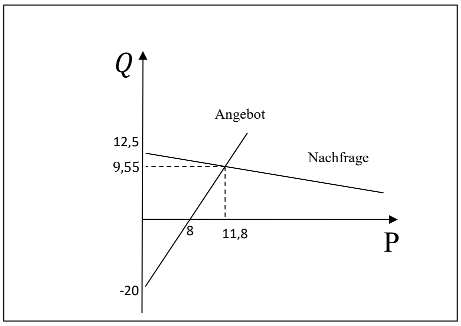
$\Leftrightarrow \frac{4x}{4-p} = \frac{2}{2m-p} \Leftrightarrow 4x = \frac{2(4-p)}{2m-p} \Leftrightarrow x = \frac{2(4-p)}{4(2m-p)} \Leftrightarrow x = \frac{4-p}{4m-2p} = \frac{1-0,25p}{m-0,5p}$

(h) $x^{-\frac{1}{2}} = m - 4 - \frac{4}{2}x^{-\frac{1}{2}} \Leftrightarrow 3x^{-\frac{1}{2}} = m - 4 \Leftrightarrow x^{-\frac{1}{2}} = \frac{m-4}{3} \Leftrightarrow \frac{1}{x^{\frac{1}{2}}} = \frac{m-4}{3}$
$\Leftrightarrow x^{\frac{1}{2}} = \frac{3}{m-4} \Leftrightarrow x = \frac{9}{(m-4)^2}$

Aufgabe 6

(a) & (b)
Angebot: $Q = -20 + 2,5P$
Nullstellen bestimmen!
$-20 + 2,5P \stackrel{!}{=} 0 \qquad \Leftrightarrow P = 8$
$Q(P = 0) = -20$

Nachfrage: $P = -4Q + 50$
$\Leftrightarrow Q = -\frac{1}{4}P + \frac{50}{4}$
$Q(P = 0) = \frac{50}{4}$



(c)
Gleichgewicht:
Angebot = Nachfrage
$-20 + 2,5P = -\frac{1}{4}P + \frac{50}{4}$

$\frac{5}{2}P = -\frac{1}{4}P + \frac{130}{4}$

$\frac{10}{4}P = -\frac{1}{4}P\frac{130}{4}$

$\frac{11}{4}P = \frac{130}{4}$

$P = \frac{130}{11}$
P in die Angebotsfunktion einsetzten: $Q(P = \frac{130}{4}) = -20 + \frac{5}{2} \cdot \frac{130}{11} = \frac{105}{11}$

Zusatzaufgaben

Zu Aufgabe 1

(a) $\frac{1}{q^2}$ (b) 3

Zu Aufgabe 2

(a) p^6 (b) $-8p^3x^6$ (c) $\frac{1}{3p}$ (d) $\frac{4}{p^2}$ (e) $\frac{q^4}{16}$

Zu Aufgabe 3

(a) $27^{\frac{1}{3}}x^{\frac{3p}{3}}y^{\frac{6q}{3}}z^{\frac{12r}{3}} = 3x^py^{2q}z^{4r}$

(b) $\sqrt{(2x+2y)^2} = (2x+2y)^{\frac{2}{2}} = (2x+2y) = 2(x+y)$

(c) $(q+15)^{\frac{4}{3}-\frac{5}{6}} = (q+15)^{\frac{8}{6}-\frac{5}{6}} = (q+15)^{\frac{3}{6}}$

(d) $(p^3)^{1/3} \cdot (p^{\frac{1}{2}})^4 = p \cdot p^2 = p^3$

(e) $\sqrt{9(x^2+y^2)} = 3\sqrt{x^2+y^2}$

Zu Aufgabe 4

(a) $\frac{4(x+2)}{(x+2)} = 4$

(b) $\frac{b(a-1)}{b(a+1)} = \frac{a-1}{a+1}$

(c) $\frac{a}{a-b} + \frac{b}{a-b} = \frac{a+b}{a-b}$

(d) $\frac{z}{3}$

(e) $\frac{7p_1^2x^2}{p_2^2} \cdot \frac{2p_2}{x^2} = 14\frac{p_1^2}{p_2}$

(f) $\frac{x^2(x^3-3x^2)}{x^2(p_1+p_2x)} = \frac{x^3-3x^2}{p_1+p_2x}$

(g) $\frac{(x+1)\cdot\frac{1}{x}}{(x+1)\cdot(\frac{1}{x+1}-\frac{1}{x})} = \frac{\frac{x+1}{x}}{\frac{x+1}{x+1}-\frac{x+1}{x}} = \frac{\frac{x+1}{x}}{\frac{1}{1}-\frac{x+1}{x}} = \frac{\frac{x+1}{x}}{\frac{x}{x}-\frac{x+1}{x}} = \frac{\frac{x+1}{x}}{\frac{-1}{x}} = \frac{x+1}{x} \cdot \frac{x}{-1} = -x-1$

(h) $\frac{\frac{2}{p+1}+\frac{1}{p}}{\frac{4}{p+1}\cdot\frac{1}{p}} = \frac{\frac{2(p+1)}{p+1}+\frac{(p+1)}{p}}{\frac{4(p+1)}{p+1}} \cdot \frac{1}{p} = \frac{\frac{2}{1}+\frac{(p+1)}{p}}{\frac{4}{1}\cdot\frac{1}{p}} = \frac{\frac{2p}{p}+\frac{(p+1)}{p}}{\frac{4}{p}} = \frac{\frac{2p+(p+1)}{p}}{\frac{4}{p}}$
$= \frac{2p+p+1}{p} \cdot \frac{p}{4} = \frac{3p+1}{4}$

Zu Aufgabe 5

(a) $pq - 2pq = b + d \Leftrightarrow -pq = b + d \Leftrightarrow q = -\frac{(b+d)}{p}$

(b) $t^2x - x = t + 1 \Leftrightarrow (t^2 - 1)x = t + 1 \Leftrightarrow x = \frac{t+1}{t^2-1} \Leftrightarrow x = \frac{t+1}{(t+1)(t-1)} = \frac{1}{t-1}$

(c) $4(q - 1) = (3q + 5) \Leftrightarrow 4q - 4 = 3q + 5 \Leftrightarrow q = 9$

(d) $\frac{p_1^2-p_2^2}{p_1-p_2} = (p_1 + p_2)x \Leftrightarrow \frac{p_1^2-p_2^2}{(p_1-p_2)\cdot(p_1+p_2)} = x \Leftrightarrow \frac{p_1^2-p_2^2}{p_1^2-p_2^2} = x \Leftrightarrow x = 1$

Zu Aufgabe 6

(1)

(a) Angebot: $Q = -20 + 2,5P$

Nullstellen bestimmen!

$-20 + 2,5P \stackrel{!}{=} 0$

$\Leftrightarrow P = 8$

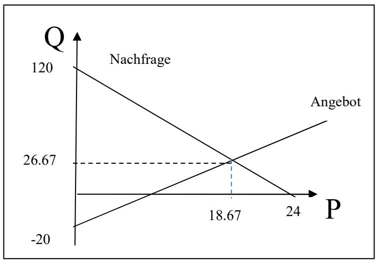
$Q(P = 0) = -20$

Nachfrage: $Q = 120 - 5P$

Nullstellen bestimmen!

$120 - 5P \stackrel{!}{=} 0 \Leftrightarrow 5P = 120 \Leftrightarrow P = 24$

$Q(P = 0) = 120$



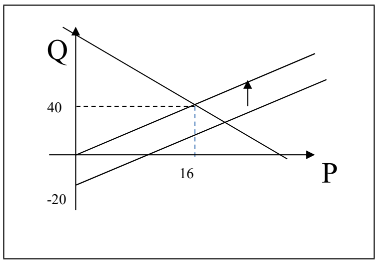
(b)

Setze Angebot gleich Nachfrage, sodass $120 - 5p = -20 + 2.5p$

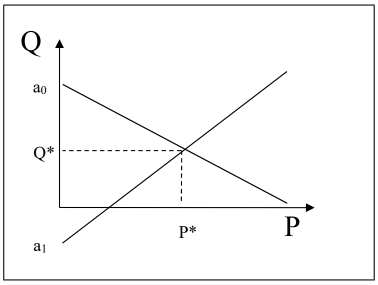
$P = 18\frac{2}{3}$

Setze $P = 18\frac{2}{3}$ in die Angebots- oder Nachfragefunktion ein um $Q = 26\frac{2}{3}$ zu ermitteln

(c)



(2)
(a)



(b)
Parameter a_0 ist der y-Abschnitt der Nachfragekurve. Er gibt also an, wie viel der Konsument nachfragt, wenn der Preis $P = 0$ ist. Sinkt dieser Parameter auf a_0^*, so verschiebt sich die ganze Kurve parallel nach unten. Denn nur der y-Abschnitt ändert sich, die Steigung bleibt dieselbe. Da sich die Kurve parallel nach unten verschiebt, ändert sich auch der Schnittpunkt (Gleichgewicht). Sowohl P, als auch Q, sind im neuen Gleichgewicht kleiner.